

理解状況を表現する数理モデルに関する一考察

津 曲 隆

本論文は、一般設計学で提唱された概念を位相とみなす手法を援用して、われわれがものごとを理解するという意味を考察したものである。理解するということは、われわれが保有する概念系の位相（トポロジー）構造を完成させることである、というモデルをここで提案する。われわれが何らかの対象の理解を深めていこうとするとき、その理解の進展はなぜか階層的になることが知られている。提案したモデルの有効性及び妥当性の検証のために、従来からあるこの問題に対して本モデルを適用して検討を行った。その結果、階層性の存在根拠をごく自然な説明で解明することができ、本モデルが理解についてのモデルとして妥当であることを確認した。

1. はじめに

前報⁽¹⁾にて、行為と理解の双方が車の両輪のように機能することが持続的な知識創造過程には不可欠であるとの見解を述べた。行為とは、生活世界内の身体活動に他ならないが、その世界は抽象化以前の無限の情報を内包する環境からなる。西田幾多郎は『善の研究』の冒頭⁽²⁾で、「経験とは事実其儘に知るの意である。全くの自己の細工を棄てて、事実に従うて知るのである。純粹というのは、普通に経験といっている者もその実は何らかの思想を交えているから、豪も思慮分別も加えない、真に経験其儘の状態をいうのである」ということを述べている。これは、彼の哲学的考察の出発点となる“純粹経験”概念について定義したものであるが、この概念を用いるならば、行為とは、純粹経験と出合うためにある活動と定義できよう。主客未分化の世界をあるがままに、そしてその内にあるとき、行為には抽象化以前の豊潤な世界が随伴する。一方で、われわれは「これこれはいかにである」式の判断によって、自己随伴的な世界に内在していた豊富な情報の大半を切り捨てる——いわゆる、抽象化（カテ

ゴリ化)を行う。抽象化によって獲得されたものは、何らかの契機のもとに、われわれの(長期)記憶に累積されていく。情報を縮退させる抽象化能力の存在が、その後の高度な知識構造を構築することを可能にするための必要条件となる。

そういったプロセスを経て新たなカテゴリが獲得されていくとき、知識は単調に増えていくわけであるが、しかしただ単に知識が増大していくだけでは、何事かを理解したという感覚に至ることはない。知識習得の場において、“詰め込み”という言葉に何かしらネガティブさを感じるのも、そういった思いがあるからに違いない。ということはつまり、人がものごとを理解するためには、知識の単調増加ということだけではなく、それ以外に何らかの象徴的な事態が生じていなければならないということになる。ヒトの認知過程研究が本格的に行われるようになって、この問いに対する解答を求め、認知科学者等が精力的に研究を進めてきた⁽³⁾。この研究の流れの中で、1980年代になって、“メンタル・モデル”という術語が普及し始める。メンタル・モデルとは、「人は内的なモデルにおける思考実験によって推論を実行する」と主張されるときに内的モデルのことを指す⁽⁴⁾。この概念によって、理解に関する様々な事態が説明されるようになってきた。メンタル・モデルという術語の普及に大きな役割を果たした認知科学者 D.A.Norman などは、人工物のヒューマンインターフェース設計に対してメンタル・モデル概念を利用することで、重要な設計指針を数多く見出している^(5,6)。

魅惑的な概念であるメンタル・モデルも、文献(3)や(4)で指摘されているように、その正体である内部構造についてはほとんど誰も明確にはわからないままにあるが、それにもかかわらず何でも説明できるビッグワードとして振る舞っている。そして、用語として定着した観がある。だがやはり、このままの状態では、追求の不充分さに起因する理論的不安定性を感じざるをえない。それゆえ、メンタル・モデルの内部構造の探求は今後の研究において避けることのできないテーマではないかと考えられる。本論文は、その方向での研究の流れの中に位置付けられる、ひとつの小さな試みである。ここでは、われわれが何事かを理解するということがどういった事態を指しているかという側面に焦点

をあて、この問いに答える内包的モデルとしての数理モデルを提案する。ところで、今回のモデル構築作業においては、機械工学の分野で開発された一般設計学を理論的バックボーンとして利用した。そのため、モデル構築において一般設計学の術語を頻繁に使用することから、2章において、一般設計学理論の概要を説明しておく。3章では、2章で定義された基礎概念を用いて、理解についての考察を行い、その知見をもとに理解についてのモデルを提案する。最後に4章で、提案したモデルを具体例に適用し、本モデルの有効性を検証した結果を述べる。

2. 一般設計学の概要

人間の概念構造については、前報⁽¹⁾でも触れたように、数多くのモデルが提案されている。その中で、概念を位相とみなす数理的扱いに優れたモデルが吉川弘之によって提案されている⁽⁷⁾。このモデルは、人間の設計行為を研究する一般設計学という分野の一連の研究⁽⁸⁻¹¹⁾における出発点をなすものとして提案された。一般設計学は、機械工学の分野における公理論的設計方法論のひとつとして提案されたものであるが⁽¹²⁾、この理論の射程は機械工学という一分野を遥かに超えてしまっている。高度な抽象性と理論体系の見通しのよさによって、人間知についての厳密な議論を可能にする理論として、一般設計学に比肩できる理論は他に見当たらないように思われる。

ヒトはシンボルを操る動物である、というのはよく見受けるわれわれについての定義である。言語という複雑なシンボル体系を持ち、それは他の動物とわれわれとを峻別する大事な特徴になっている。その他にもいくつかの定義はあるが、ヒトとは設計^{デザイン}する動物である、というホモファーベル的定義も可能である。ヒトは、概念操作に基づいた設計によって、それまで世の中に存在しなかった有形・無形の人工物（モノ）を生み出す能力をもつ。これは言語同様に、少なくとも量的に見て、他の種と決定的に異なる能力である。それゆえ、設計をする——特に高度に複雑な人工物を生み出すという行為は、言語と並んで、人間の知的行為を特徴付ける行為と考えてよい。

言語に関しては、その一般的特徴を探るために、F.ソシュールが数多く存在す

る個別言語の一般化として一般言語学を創設した⁽¹³⁾。一方、設計に関してはそういったものがない。そのために、個別に行われている多くの設計行為を統一的に理解しようとして一般設計学は創始されたのである⁽¹⁴⁾。そこでは、工学的応用という観点での設計行為の解明という意味合いは強いながらも、究極的には、そういった設計行為を可能にする人間知の解明が目指されている。工学の基礎をなす理論を志向して建設された一般設計学であるが、こういった意味で、人間科学の重要な一分野としても位置付けられる。

一般設計学では、なぜ設計が可能なのかという問いを、設計における概念の操作を可能にする概念構造とはいかなるものなのか、といった問いに置き換える。その問いに答える形で、基礎的で極めて重要な提案が行われた。それは、われわれの概念は位相的性質を持つのではないか、ということであった。この提案が、設計を可能にする概念を考えるうえで極めて強力な枠組みを与えることになる。改めて述べるまでもなく、設計とは代表的な知的行為であるから、設計行為を記述するのに有効な一般設計学の概念モデルが、本論文で述べている理解の過程を分析するための重要なツールとなることは間違いない。

人は現実での知覚体験を通して外部の存在物（実体）についての概念を形成する。この概念を実体概念と呼ぶことにしよう。実体概念とは、記憶におけるイメージと呼ぶものに相当する。また、実体は、物理的実質をもつ「モノ」だけでなく、実質に媒介されたそれ自体は実質を伴わない「コト」であってもよい⁽¹⁵⁾。吉川は一般設計学を構築する上で、「実体」と「実体概念」を区別し、前者がわれわれの外部、後者が内部という二元論的立場を採用した。ところが、二元論をとると哲学的な難問が発生することはよく知られている。問題を回避するために、ここでは次の構成主義的立場を採用することにする。身体を介した相互作用を通して外界が分節化され、そして外界の分節化と同時に、その照り返しとして身体も潜在的に分節化される。市川浩は、共起的に生じるこの事態を「身分け」と呼ぶ⁽¹⁶⁾。すなわち「実体」と「実体概念」は二元論的に分離されているようなものではなく、身体と外界との構成的な相互作用によって共起的に制作され、そしてそれを事後的な判断によって二元論的な実在物とみなしていると考えることにしたい。外界の実体はわれわれを離れて独立自存する

ようなものではなく、また同時に内部の実体概念も外部の存在と独立ではない。それらは、互いの相互依存構造によってはじめて存在を許されるよう規定された関係にあると考えるのである。コトバにおけるシニフィアンとシーニュの関係同様、実体と実体概念は不可分の関係にあるものとする。

一般設計学におけるいくつかの用語の定義を文献(7)より引用しておく（言葉は若干変更している）。

【定義1】 実体集合

すべての実体を含む集合。現に存在する実体、さらには今後仮構されるであろう実体などから成る。

【定義2】 属性の項目とその値

属性とは、実体の持っているさまざまな物理・化学的性質または言語によって記述できるものをいう。各性質を属性の項目と呼び、すべての実体は加算個の属性項目にそれぞれ値を与えることにより完全に記述できる。属性の項目を a_i 、それに値 v_{ij} を与えることを $a_i = v_{ij}$ と書くことにすると、

$$\{a_1 = v_{11}, a_2 = v_{21}, \dots, a_n = v_{n1}, \dots\} \in \text{実体集合}$$

としてひとつの実体が表現される。指定する属性項目を増やすほどに実体は正確に記述される。

【定義3】 機能

機能とは、実体を定める属性項目から適当な何項か（可算個）選んで発現する挙動のことをいう。またそのような属性を発現させる状況を場と呼ぶことにする。

これらの定義のもとに、一般設計学では、次の三つの公理をおく：

認識公理： どんな実体でもその属性を記述することで認識可能である。

対応公理： 実体集合と実体概念集合は一対一に対応する。

操作公理： 抽象概念は実体概念集合の位相である。

操作公理で述べている位相とは、位相空間論における位相であり、その数学的

定義は付録A.1に示しておく。身分けの議論からすれば、上記の対応公理は自明のことである。ただし、その対象である実体集合は、定義によれば、われわれがあらゆる時空間にわたって経験することで制作される集合ということになる。そのような集合はもちろんありえない。極度に観念的なものにすぎない集合であるが、一般設計学では、それを世界の理想状態とみなす。そして、現実はこの理想性からのずれとして、例えば何らかの付加的な制約条件を課すことによって、現実の問題を考えていくという方法がとられる。その制約条件が現実の生身の身体を持つわれわれを特徴付けることになる。

操作公理において、操作される抽象概念としてはどのようなものがあるかという、属性概念集合および機能概念集合などが考えられる。前者は、実体を可能な限り自然科学的（客観的）な態度で見ようとする場合に発生する概念であって、恐らくこれは、どのような社会であろうが誰しもが認めなければならないような概念である。一方、後者の機能概念はそうではない。かなり主観的なものである。それゆえ、これは価値観の異なる社会や時代に応じてかなり様相の違ったものになるはずである——民族によって、それぞれ固有の機能概念体系が存在しているのではないかと予想される。ところで、西田幾多郎は、他のところで、この世界は自然界と表現界に分けて考えることができるとの考えを示しているが⁽¹⁷⁾、これなども、まさにここで述べてきたことに対応するものである。誰もが共通に認める客観的な抽象概念と主観を伴う概念が共に存在するということは、われわれは実体概念集合 X を基盤にして、属性に関する位相の入った空間 (X, \mathcal{D}_A) と機能によって位相を入れた空間 (X, \mathcal{D}_F) という互いに独立な二つの位相空間を内面に共存させていると考えてよいのではないかと思われる。ただし、 \mathcal{D}_A と \mathcal{D}_F はそれぞれ属性概念と機能概念に対応する X の部分集合族である。吉川らは設計実験によって、この二つの概念空間が実際に存在するかどうかを設計者らの実験場面における談話（プロトコル）分析をもとに検討している⁽¹⁸⁾。この分析によって、厳密に両概念空間の存在が証明されたわけではないが、存在していそうだと強い感触は得られている。またこの実験で得られた重要な事実として、設計は属性や機能概念の操作であって、設計プロセスとは、両空間を交互に推移しながら進む思考プロセスであった、と

いうことに注目しておきたい。なお、以上のことを考慮すると、設計とは、機能概念で記述されたものを属性概念の言葉に変換する行為として定義することも可能である。そして、人間世界の言葉（価値観）を現実世界の言葉（自然科学）に翻訳する、人文科学と自然科学の中間に位置する学問として設計というものを考えることもできる。

3. 理解のモデル

3. 1 概念の獲得過程について

理解するというものの意味は前報⁽¹⁾でもごく簡単に触れたが、ここではそれを一般設計学の言葉で正確に定式化しようと思う。しかし本題に入る前に、理解を深化させていけるかどうかの鍵を握ることになる実体概念のあり方を、まず考察しておくことにする。一般設計学では、実体概念を基礎にし、そこから抽象概念は派生すると考えた。そしてその実体概念は、通常、身体経験を通して身分けとして獲得されるのであった。ところが、われわれは経験したことのない実体でも概念として獲得することが可能である。この両者には何か違いはあるのだろうか。むろん、違いがある——そして、その違いこそが理解の深化に決定的な影響を及ぼすことになる。

両者の違いを具体的に示すために発達心理学の知見を参考にする。この分野では、近年、子どもたちの語彙獲得に対する実験的研究が盛んに行われており、様々な興味深い知見が得られている。特に、語の獲得には、実体概念（イメージ）とそれに対峙する身体が重要な意味を持っていることが明らかにされてきた——なお、このことは身分けの実験的証明であるとも考えられる。小林春美は、実験的手法を用いて、身体動作の語彙獲得への影響を詳しく調べた。彼女は、卵型の透明物体を「ムタ」という無意味なつづりを用いて命名し、その人工語を子どもたち（2歳児）に教える実験を行った⁽¹⁹⁾。実験では、その物体の使い方（機能）——2歳児であるから遊び方といった方が適切であろうが——を意識させるために身体行為を伴いながら語を教示するグループとそうでないグループとに分けられた。後者のグループでは、身体的動作を全く行わず、ただ単に語の教示が行われた。一方、前者のグループはさらに二つの群に細分化

された。ひとつは材質に注目して物体を透かして見ながら語を教示した群、もうひとつは物体の形状に注目させるために転がしながら語を教示した群である。これらの三群について比較を行った結果、身体動作がないままに語を教示されたグループだけは、新しく提示した刺激物体がその人工語に相当するものかどうかの判定を求められても、明確な判断ができないことが明らかにされている。

語というのは、実体概念を分類するための抽象概念である。異なる実体概念を同じものと認識させる強制力を保有し、それが未知の現象への対処を可能にする。このような、いわば未来に開かれた語になるには、何をするための実体であるのかを身体との関わりの中で教示されなければならない、ということが小林の実験によって明らかにされたわけである。それゆえ、身体経験を伴わずに獲得した語は、新規の現象を同定する機能を持たず、語が本来持つべきであろう能力を保有してない。比喩的に表現すれば、「かたい語」あるいは未来に対して「閉じた語」とでも表現できるかもしれない——以下、このタイプの抽象概念に対する対語として「やわらかい」という形容詞を用いることにする。正高信男は、小林の実験を発展させる方向で、抽象性の高い語の獲得過程を長期間にわたって追跡調査している⁽²⁰⁾。その結果、抽象性の高い語の場合でも小林らの結果が妥当なものであることを確認している。彼は、実験の結果を総括する形で、身体行為——正高はこれを「からだ的思考」と呼ぶ——なしには言葉を習得するのは不可能であると結論付けている。

これらの実験から、経験を伴わない（俗に言う耳学問だけの）実体概念は次のような性質をもつであろうと推察される。やわらかい概念^{はざま}というものは、基本的に、実体と身体の間における両者の相互作用を通して獲得されるものである。一方で、かたい概念^{はざま}というものはそういった過程を経ていない。やわらかい概念としての「ムタ」という抽象概念は、異なっているはずの実体概念をはじめて見てもそれを同じものとみなす能力があった。ところが、かたい概念としての「ムタ」はそうではなかった。これらの知見から類推すれば、「やわらかい」実体概念及び「かたい」実体概念というものの存在を考えるのはさほど不自然なことではないだろう。前者が経験を基盤にした物理的イメージを伴う実体概念を意味する。後者はそれに当てはまらない、例えば言葉やシンボルのみで得

られた実体概念である。やわらかい実体概念は、無限の抽象概念——位相数学の言葉を使えば「近傍」と言うことである——を生み出す可能性を持つ[†]。他方、かたい実体概念ではそれから無数の抽象概念を生み出すことは難しい。こういった実体概念は、物理的イメージが不在であるために論理だけの世界になってしまうが、先にも述べた通り、論理というのは自己完結的な閉じた世界である。論理だけでは知っている以上のことはまずでてこない。それゆえ、経験を伴わない実体概念というのは、近傍の生産能力に乏しく、位相空間としては非常に貧弱なものにとどまらざるを得ない。豊かな位相空間を構築していくには——このことは、理解を深めていけるということである——、経験を通じた実体概念を獲得しておくことが必要不可欠になる。

抽象概念に先行して実体概念があり、それを分類するものとして抽象概念がある。抽象概念というと、現実世界からかけ離れたようにも思えるが、しかし先に述べたように、これにも身体性が強く関与しており、それゆえに生活世界と縁の切れたものではない。このことは、個人の生活世界のあり方が個人の概念構造の生成に根源的な制約を与えていることを示唆している。身体性から離れられないという生得的枠組みのもとで、生活世界という外界が実体化される場所において、われわれは自身の様々な活動の目的に応じて、実体概念集合を増やしていく。また同時に、それらの実体概念は行動の目的に対応する「機能」という側面から眺めた差異と類似性の認識を頼りに、抽象概念によって実体概念は分類・整理され、そして記憶されていくのである⁽²¹⁾。以上の議論を通して、概念の獲得過程に関してわれわれが素朴に感じている常識的な姿を描くことができたのではないかと思う。

獲得プロセスの初期の頃には、保有している抽象概念は非常に少ないであろうから、それらの貧弱な概念体系では複数の実体をうまく分離できないはずで

[†] 現象的には、このような性質を伴う実体概念の存在を疑う人はいないと思う。しかしそれがどのようなメカニズムによって引き起こされているのかは今のことはもちろんよくわからない。物理的イメージを伴っているから視点の変更が容易、ということなのかもしれないが、いずれにしろここではメカニズムそのものについては言及しないことにする。

ある。このことは子どもの発達過程を眺めてみるとよくわかる。ある実験によれば、19ヶ月以前の子どもだと模型の兎、犬、馬を区別できないことが知られている⁽²²⁾。この月齢の幼児の場合、犬と魚ならば区別することはできるから、差異化のために不可欠な諸々の物理的身体条件を持っていないということではなく、単に概念の欠如が原因で区別ができないのである。しかし、(われわれから見ても)欠如している(と思われる)概念も(われわれとの共同的な)経験とともに徐々に獲得されていく。もっとも、その獲得過程では、その時々状況(行動の局所的性格)に依存して相互に矛盾してしまう概念も多数抱え込んでしまう。恐らく、われわれは、そういった無数の矛盾を気づかないままに内在化させているはずである。しかし、何らかの理由で矛盾が意識化されたならば、一般にわれわれには不快な感情が生じるであろうから、この感情に駆動されて矛盾した概念の整合化が行われるにちがいない。以上のようにして獲得され、そして整合化された概念群をわれわれは保有し、そしてそれらを利用して日々の行動を行っているわけである。もちろん、こういったことは子どもの発達に限らず、成人の場合でも知らない分野に入り込んでいくときには本質的に同じことが起きると考えてよい。

獲得された概念群を表現するのがここで提案する位相モデルである。このモデルの説明のために、今、実体概念が3つしかない単純な世界を想定しよう。例えば、 $X = \{\text{兎}, \text{犬}, \text{馬}\}$ という実体概念集合のみが存在している世界を考える。なお、この段階ではわれわれが普通に思っている兎、犬、馬のような概念が生まれているわけではなく、これらの実体は集合論における、それ自体は特徴を持たないが、しかし互いに区別できる要素のようなものにすぎないものとする。すなわち、このときは、個物自体に密着した極めて具体性の強い知識の段階にある。さて、発達過程において、何らかの方法で、例えば自己の身体との比較などの相互作用を通して彼らが大きい、小さいという二分法的カテゴリを形成したとしよう。そして、それは具体的に以下のような分類だったとする：

$$\{\{\text{兎}, \text{犬}\}, \{\text{犬}, \text{馬}\}\}$$

部分集合 $\{\text{兎}, \text{犬}\}$ が「小さい」という抽象概念に相当し(以後、 O_1 とおく)、

後者の {犬, 馬} という集合が「大きい」という抽象概念に相当する（これは以後, O_2 とおく）ことは明らかであろう。このとき, 3つの実体概念の世界において, 大きいと小さいという抽象概念だけが存在しているのであるが, これではまだ位相になっていない。位相となるためには, さらに, 「ない」という概念である空集合, 世界全体 X , さらに $O_1 \cup O_2$ と $O_1 \cap O_2$ という概念もカテゴリとして把握されなければならない。そういった分類まで得られたならば, これらの分類は位相になる。

数学的には, この位相は, 準基底 O_1 と O_2 から生成された位相と呼ばれる。一般の位相空間における位相の生成については付録A.2で詳しく述べている。また, 付録にある基底によって位相が構成されるという意味の表現は, 本論文の用語によって言い換えれば, 実体概念に対する抽象概念は, ある原子抽象概念の族（基底）が存在していて, 任意の概念は, この原子概念の適当な組み合わせで構成されている, というふうに考えることができる。基底及び準基底の概念を用いると, 上の例は次のように述べることができる。今, $\mathcal{O}_S = \{O_1, O_2\}$ を準基底とすると, $\mathcal{O}_B = \{O_1, O_2, O_1 \cap O_2\}$ なる基底の任意の和集合の全体 $\{O_1, O_2, O_1 \cup O_2, O_1 \cap O_2\}$, すなわち,

$$\{\phi, X, O_1, O_2, O_1 \cap O_2\} = \{\phi, X, \{\text{兎}, \text{犬}\}, \{\text{犬}, \text{馬}\}, \{\text{犬}\}\}$$

の形成によって, この空間は O_1 と O_2 という部分集合で作られる最も弱い位相空間となる。なお, この例では, 和集合 $O_1 \cup O_2$ は, 全体 X と一致するために省略した。この位相空間における部分集合族内の最後の開集合は, 「大きい \cap 小さい」ということを意味しており, この開集合に対する主体的かかわりによる認識が「中ぐらい」という概念の発生につながると考えることができる。

3. 2 ものごとの理解について

以上のようにして概念が獲得されていくと, 比喩としてではなく, 真に数学的に定義できるひとつの空間が形成される。いささか標語的になるが, このことは, “空間化された脳内構造の出現” と言い表すことができるかもしれない。われわれは何かを理解するときに, 頻繁に空間の比喩を利用することはよく知

られた事実であるが、どうしてそうなのかという根本的な理由はここにあるのかもしれない。また、学習過程で、わかったようでわからない状態がしばらく続いた後、目からウロコが落ちるという経験をすることがあるが、なぜこのような事態が生じるかは、この議論を適用すればうまく説明できる。すなわち、抽象概念からなる集合族による位相がまだ完成していないときは、先ほど述べたように不明瞭な状態、あっても局所的な理解しか得られない。例えば概念の演算が閉じていないために、演算結果に対応する抽象概念がない（概念の欠如）ということがおきる。このような非整合的な事態に直面したときが、「わからない」という状態に対応するのであろう。しかし、概念を獲得していった、それが位相的な性質を持ち、ひとつの空間として形成されると、概念の演算は全て整合化され——つまり、辻褄があうようになって——、概念演算に対して閉じた空間が生まれることになる。このことが、何かを理解したということの意味するのではないかと思われる。以上の考察を踏まえ、次の定義を提案する。

【定義】 理解

ある実体概念集合に対して抽象概念の分類によって位相構造を完成させたとき、われわれはその実体概念集合を理解した、という。

この定義を用いれば、いくつかの問いに対して概略的な答えを得ることができる。例えば、安定した理解にあるときに、新規の実体概念 x が現在の実体概念集合 X に付け加わり $X' = X \cup x$ になった場合、どのようなことが起きるだろうか。もしそれが位相によって分類できなければ、異質な実体であるから自己の空間内に定位できず、理解に苦しむことになる——これは、新しい X' に対する位相の欠陥に相当する事態だとみなせる。この状態から抜け出ようと欲するならば、 X' に対する不完全な位相を補完するための新たな概念の取得に向けた努力（学習）が要求されることになる。また、次のような問いも考えられる。今度は実体ではなく抽象概念が空間に追加されるような場合である。今、 O_1 と O_2 を基礎概念として作られた位相空間において、 $O_3 \cap (O_1 \cup O_2) = \phi$ であるような、質の異なる概念 O_3 を基礎的な概念として導入しなければならなくなった

としよう。そうすると、概念の空間化の欲求に駆動されて、 O_3 を準基底とみなすような新たな概念の獲得が要求されることになる。そこでも学習のプロセスが発生することになる。これは同じ世界に関して、より分解能の高い理解を意味し、このプロセスを実行することが、結果的に、概念の操作に対して強力かつ高度な位相空間へと導くことになるのである。このことから、本モデルによって学習という行為を見るならば、学習とは概念を空間化するために要求されるプロセスであると言ってよい。なお、この問いについては、本論文で提案しているモデルの応用問題として、4章で詳しく論じることにする。

3. 3 位相空間の計量化可能性

われわれは、生まれた直後から経験を通して——生得的な束縛条件のもとで——無数の実体概念を学習（獲得）していく。手という道具が使えるようになり、さらに足という道具も自在に使えるようになると、われわれの経験世界は一挙に多様性を増していく。もちろん、このことは、手足といった身体的道具だけでなく、通常の道具でも同様である。なお、ここでいう道具という言葉は非常に広い意味で使用している。物理的実体をもつものもあろうし、そうでない実体も道具になりえる。例えば、言語などは実体のない道具の典型である。ここでは、人工物一般という意味で道具という術語を用いることにする。

道具を媒介にして現前した世界は、そうでない世界に比べ、豊かな概念の可能性に満ち溢れているはずである。そうした豊かな世界での経験は、再度、新しい人工物を生み出す知識をわれわれに与えることになるだろう。この再帰過程を通して、個人の内面に累積的に実体概念が蓄積されていく。ただしここでは、行動の目的（非常に素朴なレベルでは生存の目的）の設定が理屈抜きに大事な意味をもつ。目的の設定とその達成に向けた行動によってはじめて、複雑さは真にその複雑な様相を現前させるからである。世界がどれほど可能的には豊かであっても、目的がなければ全くの貧相な世界しか出現しないであろう。目的に駆動された行為によって位相は徐々に複雑さを増していくことが可能になるのである。本節では、その過程において生じる、ある位相数学上の臨界的な出来事とそのこと概念体系に対する意味について述べる。

前節で述べた具体例は、最も弱い位相を持つ位相空間であった。それゆえ、この空間における抽象概念は実体概念を分離する能力は低い。しかし先の空間に、カテゴリとして

$$O_1 \cap O_2^c = \{\text{兎}\}, \quad O_1^c \cap O_2 = \{\text{馬}\}$$

という部分集合を追加したとする。ここで、添え字 c は補集合を意味する。さらに、位相の定義を満たすために上記の集合の和集合 $(O_1 \cap O_2^c) \cup (O_1^c \cap O_2)$ も加えた

$$\begin{aligned} & \{\phi, X, O_1, O_2, (O_1 \cap O_2^c) \cup (O_1^c \cap O_2), O_1 \cap O_2^c, O_1^c \cap O_2, O_1 \cap O_2, O_1^c \cap O_2\} \\ & = \{\phi, X, \{\text{兎}, \text{犬}\}, \{\text{犬}, \text{馬}\}, \{\text{兎}, \text{馬}\}, \{\text{兎}\}, \{\text{犬}\}, \{\text{馬}\}\} \end{aligned}$$

という部分集合族が形成されると、この位相は全ての実体概念を形態的な抽象概念だけで明確に分離できるようになる。そして、このことはこの概念空間において、大、中、小の概念に曖昧さがなくなったことを意味する。先の文献(22)の無藤によれば、この3つの実体概念に対してこのような強い位相——もちろん、それがここで述べている形態にもとづいた位相であるとは限らないが——を生成できるのは、3歳ぐらい以降と言われている。数学的には、このような分離能力の高い空間のことをハウスドルフ空間と呼ぶ(付録A.3参照)。

さらに、上記の具体例は、有限集合でもあるからコンパクト空間、さらにハウスドルフ空間でもあるから正規空間の条件を満たしている(付録A.3)。そしてまた、この例の空間は第2可算公理を満たすことも明らかである。従って、距離化定理によって、この空間は距離付け可能となり、距離空間と同相になることがわかる(付録A.4参照)。一般設計学では、空間に距離が導入されることの重要性が説かれている^(23, 24, 25)。それゆえ当然ながらこのことは、本論文の考察においてもエポックメイキングな事態になる。

この数学的事実は、コンパクトなハウスドルフ空間となった位相空間(正規空間)は、実体概念を無限次元ユークリッド空間の部分空間内における一点として布置するということを主張している。そしてまたこの事実は、正規空間のような高度な位相が生成されれば、実体概念間には距離という明確な尺度が発

生して、実体概念を空間の中で計量的に捉えることができる可能性も示している。また同じことかもしれないが、その空間では数式化された定量的法則によって実体概念相互の関係を表現できる可能性があることを示唆している。もちろん、このような強い位相の獲得にはそれ相応の努力を必要とする。通常、その努力の総体をわれわれは「学問」と呼ぶ。またその中で、計量化空間へと到達し、数理法則による予言性を有するに至ったのが「科学」である。われわれのモデルにおいては、科学研究とは、実体概念に対する位相の精緻化への努力、それと同時にコンパクト化のために台集合を選別するなど、概念空間の位相構造を距離化することに向けた努力とみなすことができる。

4. モデルの応用 —— 理解の階層とその存在根拠の説明

これまでに定義した術語を用いることによって、われわれの知識を表現する位相数学モデルを構築することができる。このモデルのひとつの応用として、理解が階層的に進行するという実験事実(後述)をここで理論的に説明したい。

われわれは、実体概念を色々な角度から観測し、そこでの差異と同一性の認識能力を利用して分類する。それによって内部に形成される無数の抽象概念によって実体概念を「理解」している。もちろん、現物だけによる世界理解もいざこかには存在するのかもしれないが、基本的に、(少なくとも西欧近代的な思想の支配下にある)人は現物主義ではなく、抽象的な概念で現実を理解しようとする傾向をもっている。この抽象化への傾向に突き動かされて、実体概念を抽象概念によって分類していくと、ある時、抽象概念が位相的性質を獲得することになる。そのとき、その人は実体概念の空間化に成功したのである——換言すれば、何かが「わかった」という感覚に至る瞬間である。

富山と吉川は、一般設計学の構築において、物理法則で拘束される現実的知識の空間というものに限定して理論を展開した。しかし、物理法則を基盤にした知識空間に特に限定しなければならないという理由は何もない。一般設計学的思想を、われわれの知識構造一般に適用することによって生じる不都合のようなものは何も見当たらないと思う。吉川らもこのことは十分に考えていたはずであるが、彼らは工学者としての禁欲的態度を崩さず、あくまでもモノ作り

的態度を貫いて理論を構築した。ここでは、彼らの工学的に一貫した観点から少し外れて、僅かだが内容を拡張してみたいと思う。まず、一般的な抽象概念も扱えるように、彼らが課していた物理法則の成立という制約を無視することにする。ただし、他の制約については、無限定に拡張するというわけにもいかない。何らかの制限は必要になる。例えば、全く組織化されていない相互に矛盾する知識だと表現のしようがないし、また、矛盾はしていなくても、烏合の衆的で位相が極めて貧弱な体系（極端な場合、離散位相）だとあまり考察する意味がない。そこで、ここでは、知識として体系性を持ち、行動のために必要な知識を有限の手続きで提供するような知識体系というものに限定して考えていくことにする。ここで、有限とは具体的には次のようなことである。今、電子メールを利用する目的が発生したとしよう。有限とは、電子メールという実体概念が、コンピュータ本体、LANアダプタ、ケーブル、ハブ、電子メール用ソフトウェア、プロバイダ、POP、SMTP、・・・など、こういった実体概念の有限個の組み合わせとして実現できるということである。そのためには実体概念が近傍として抽象概念によって遠近感が表現されていなくてはならない。このような自己整合的かつ実践的な知識体系のことを、便宜上ここでは「デシプリン」と呼称したい。

ひとつのデシプリンを修得するということは、そのデシプリンの対象である実体概念に位相を入れたと解釈する。吉川らは物理的実体にそれを限定したが、そのときの実体概念としては、物理法則に支配される実体でなくてもよい。抽象概念そのものを実体概念とみなしてもかまわないし、また同じことであるが、形而上学的概念なども実体概念とみなしてかまわない。なおその実体概念は内部構造をもつものであってもかまわない。しかし、その内部構造は潜性的なもので、当該デシプリンにおいては顕在化していないとする。このことは、先の電子メールの例で言えば、電子メールを使用するという利用者レベルのデシプリンであるならば、例えば電子メールソフトの内部構造などは顕在化していかなくてかまわない、ということである。しかし、何らかの契機によって内部構造が認知されたならば、その時にはそのデシプリンはそのままの体系で存在することはありえず、内部構造を整合的に体系内に取り込むための新たな変革のダ

イナミズムが生起されることになる。とにかく、実体概念については、そのどれもが有限個の抽象概念（知識）で必ず記述できる、という条件を満足しさえすればよいとする。この有限性の条件は、数学的にはコンパクトという性質に対応する。以上言及してきたことを踏まえ、デシプリンについて次の定義を導入することにしよう。

【定義】 デシプリン

デシプリンとは、妥当とする実体概念集合に対して、基本的な有限個の概念を被覆としてコンパクト化された位相空間のことである。

この定義によって、デシプリンの確立とは、台集合としてどのような実体概念をコレクションに加えるのかについての決定とその後続く、欠落のない位相構造の完成へと向けた抽象概念の学習（獲得）過程として定式化されたことになる。コレクションの対象となった実体概念は、その分野で正当に取り扱われる実体となる⁽²⁶⁾。ひとつのデシプリンにおける実体概念のコレクション（台集合）は、記憶にある全ての実体概念の一部（部分集合）で構成されたものと考えられる。それを X_{sub} とおくことにすれば（これは、実体概念集合全体 X に対して、 $X_{sub} \subset X$ である）、これに特定のコンパクトな位相 Ω_d を組み込んだ状態 (X_{sub}, Ω_d) がひとつのデシプリンを表現することになる。

行動のための学習とは、基本的に、デシプリンの獲得が目的になっているとみなしてよいだろう。そこでは、台集合の限定と有限開被覆の発見が、試行錯誤的な方法などを用いて行われていると考えられ、また、教示の場合には、そういった知識が他者から効率的に伝達されることになる。そういった過程を経て、興味の対象である実体概念のコレクションに対して、コンパクトな位相を完成することができれば、実体の近傍についての局所的な理解はもちろんであるが、コレクションされたもの全体にわたって矛盾のない大域的連関構造を把握できるようになる。そのときが、個人の内部に、生活世界での使用に耐え得る知識体系としてのデシプリンが完成したといえる。人は、現前している生活世界で効率よく活動するために、このようなプラグマティックな体系を必要と

する。

ある台集合において、位相を完成させることで整合的な理解に至るということであった。その状態の時に、何らかの原因で新しいカテゴリが導入されると、現在完成している全体構造としての位相は崩壊することになる。これについては3.2節でも触れたが、ここで少し詳しく見ていくことにしよう。今、 (X_{sub}, Ω_d) なる空間があって、これに新しい開集合（カテゴリ） O_a が何らかの原因によって追加されたと仮定する。そうすると、開集合族は $\{\Omega_d, O_a\}$ となるが、これは位相の条件を満足しない。この時は、定義によれば、理解ができない状態であって一種の混乱が生じることになる。混乱を解消するには、追加された概念を無視してしまうのが最も簡単な手段であるが、もちろん、それだと新しい概念が増えないわけだから進歩も何もない。進歩のためには、新しい概念を取り込み、そして混乱を解消するための再位相化に取り組まなければならない。再位相化を完成させるには、他の概念の追加が必要になる。そのためのひとつのやり方として、例えば、 Ω_d の準基底と O_a とを新たな準基底とするように位相を生成しなおすといった方法が考えられる。何らかの過程を経て、新しい位相空間が誕生したと仮定しよう。このとき、3.2節で述べた理解の定義によって、新たなレベルの理解の状態に至ったことになる。もちろん、位相の構築はここで挙げた方法が唯一とは限らない。スクラップ&ビルドという方法もありえる。渡辺慧が指摘するように⁽²⁷⁾、どの概念がより基本的であるといった言明には何ら論理的な根拠はなく、基本概念の選択は全く恣意的なものであるから、それゆえにスクラップ&ビルドというのは全く正当的な方法だと言える。しかし、保有している位相の複雑さを考慮すれば、全部の位相を見直して、それを再構成しなおす作業を行うことは実質的に不可能であろう。また仮にうまくいったにしても、その場合には他者とのコミュニケーションが不可能になり、社会的認知を受けることはできないはずである。それゆえ、その理解のあり方（位相）は無視されることになる。そういう意味で、上記のやり方は斬新な位相構造を創ることにはならないが、他者とのコミュニケーションが完全に失われない程度に、歴史性を考慮しつつ理解を進めていくひとつの能率のよい方略であると考えられる。

位相を作っていくという意味でのわれわれの学習過程において、どのような現象が生じるかが三宅の実験で明らかにされている⁽²⁸⁾。彼女は、被験者の会話をプロトコル分析し、被験者間のインタラクションによってどのように理解が深まっていくのかを調べた。その分析から、彼女は、理解とより深い理解の間には不連続な跳躍があることを明らかにしている。この結果は、まさに、本論文で述べてきたことと一致している。何故このようなことが起きるのかは、本理論を用いれば、次のようにして説明することができる。それまで安定であった位相が、何らかの契機⁽²⁹⁾によって構造不安定に陥る。そのために、より詳細な構造をもつ位相へと跳躍するダイナミクスが生じる。ところが、位相構造の変形は定義上、連続ではなく量子化されたものであった。そのために、理解は漸進的なものではなく不連続にならざるをえない。結局、理解の深まりにおける不連続線とは、位相の完成——すなわち、実体概念の抽象概念による空間化を矛盾なく達成できた状態——が必要であるとするわれわれのモデルの立場から自然に導きだせる。また逆に、不連続線の存在は、われわれのモデルの妥当性を証明する間接的証拠とみなすことができるのではないかと思われる。

われわれの認識を位相構造的な問題として捉えることは、先に述べた市川によっても行われている⁽³⁰⁾。その議論の内容は、直接的な表現はしていないが、本論文で扱っている位相構造と類似したもの（ラティス構造）となっている。彼は、心理空間のゲシュタルト変換的転回というのは、そのような位相類似の構造が、メタファーなどを媒介とすることによって構造変形を受けるために生じるのだと説明している。つまり、メタファーによって、それまで遠い距離におかれていた概念が同一視されるために、一部のシステム要素についての連関構造が変わり、その結果として大域的な構造を大きく変形させることになるというわけである。非常に興味深いモデルであるが、われわれは、市川のこのシステム論的議論は本論文で述べたトポロジーモデルに包摂できるだろうと考えている。今後、本論文のモデルに関する知見を増やして（すなわち、位相を精密化して）いくことで、市川の議論の不十分な側面を強化する方向に展開できるのではないかと考えている。その意味で、本モデルは市川の〈身〉の生成モデルの発展的継承としても位置付けることができる。

5. あとがき

本論文では、ものごとを理解するということが如何なることなのかを、一般設計学における概念の位相モデルを手掛かりに考察し、その結果として、理解するという事態を表す数理モデルを提案した。われわれは保有している経験を抽象概念によって分類整理しているのであるが、本論文では、その分類構造が位相としての性質を獲得することが理解することであるとしてモデル化している。モデルの妥当性の検証として、理解することには何故階層性が存在するのかという従来からある問いに対して、このモデルであれば自然に回答できることを示した。もちろん、わずかこれだけの検証では不十分であることは認識している。モデルの適応能力を確認するためには理論的及び実験的な数多くの検証作業を必要とすることになるが、この点は、今後の課題にするつもりである。

本論文での考察内容は、他の方面にもいくつか応用できるかもしれない。妄想的ではあるが、将来的な研究課題として記しておきたい。ひとつは、言語構造の分析に新しい視点を導入できるのではなかろうかということである。というのも、F.ソシュールの言うシニフィエを集合の元としたとき、近傍系が連合関係を表し、連辞関係は位相空間が距離化された空間での群の演算関係として捉えられるかもしれないと思えるからである。そう考えれば、単語が増えて高度な位相を作ることができるようになり、その位相のレベルがある臨界点を超えると、計量化された語の相互関係——すなわち、語の統語論的構造が発生する、ということがあり得るかもしれない。もちろん、これは今のところ全くの憶測にすぎないが、仮にこれが正しければ、N.チョムスキーのように生得的な文法構造を考えなくてもよくなるかもしれない。実は、チョムスキーの生成文法理論は、コネクショニストの言語学者⁽³¹⁾や計算論的手法を武器に認知機能の解明に挑んでいる認知神経科学者たち⁽³²⁾から手厳しく批判されている。批判者たちが自分たちの理論構築に用いているのが（動的な）ニューラルネットワークである。ニューラルネットは、パターン認識素子であり、ものごとが似ている、似ていないというカテゴリ化の作業を行う。カテゴリとは、本論文で述べた位相のことである。われわれの脳にはこのニューラルネット以上のものは何

もないのであるから、チョムスキー批判者たちの理論の方向で検討を進めれば、カテゴリすなわち位相の言葉によって、言語という巨大な構造物の一側面を照射することが可能になるかもしれない。

ふたつめは、集団行為の分析への応用である。また、集団の協調行為が可能になる条件などを理論的に考察するための道具を提供することも可能かもしれない。それぞれ固有の位相構造をもった人々を協調情報空間内におく。そこで個々の位相構造が何らかの方法で合成できるように、情報の交換などを通してそれぞれの位相構造に変化を与え、その結果、目的に向けた単一の位相構造（ハイパー構造とでも呼べるだろうか）として再編されるようならば、その共同体は有機的な連携を可能とする共同体として機能するようになるだろう。

最後になるが、情報の性質解明にも応用できるかもしれない。現代は、情報が高速に飛び回り、それが人々の概念構造に変化を与え、その結果が瞬時にして新たな情報として発信される社会である。情報伝播に対する時定数を極端に小さくしてしまった社会は、その必然的帰結として、個人の処理能力を遥かに超える情報の爆発に喘いでいる。対処療法的にではなく、根本的にそういった情報環境の破壊に立ち向かっていくには、情報の性質とその振る舞いについて深く理解することなしには、考察のフレームワークも見出せないのではないかと思われる。本論文で提案したモデルは、そういった情報の性質を同定する際に有効なツールとなりえるかもしれない。位相モデルによって以上の課題をいくつか思い描くことができるが、もちろんこれらが検討に値するテーマであるのかどうかは、これからの精密かつ冷静な考察を必要とすることは言うまでもない。今後の研究課題としたい。

付録

A.1 位相空間の定義

集合 X に、次の性質をもつ部分集合の族 \mathcal{D} が与えられたとき、 X を位相空間という。

(1) $O_\gamma \in \mathcal{D}$ ($\gamma \in \Gamma$) を \mathcal{D} の中からとった集合族とする。

このとき、 $\bigcup_{\gamma \in \Gamma} O_\gamma \in \mathcal{D}$

(2) $O_1, O_2 \in \mathcal{O}$ ならば $O_1 \cap O_2 \in \mathcal{O}$

(3) $X \in \mathcal{O}$

(4) $\phi \in \mathcal{O}$

以上の条件を満足する \mathcal{O} を位相 (または開集合系) という. また \mathcal{O} に属する集合を X の開集合と呼ぶ. また, X の点 x 及び $O \in \mathcal{O}$ に対して, $x \in O \subset V$ である O を x の開近傍, V を単に x の近傍という. さらに, x の近傍全体となす X の部分集合族を x の近傍系と呼ぶ.

A.2 位相の生成について

【定義】 基底

空間 X の位相 \mathcal{O} に対し, 任意の開集合 $O \subset \mathcal{O}$ が, $\mathcal{O}_B \subset \mathcal{O}$ なる部分開集合族の適当な $\{O_\gamma\} \subset \mathcal{O}_B$ を用いて, $O = \bigcup_\gamma O_\gamma$ で書けるとき, \mathcal{O}_B を位相の基底または基 (base) という.

任意の開集合は, X の位相の基底があれば, それらから適当にとった和集合によって組み立てられる. 従って, 基底とは位相の組成原子に相当する. なお, X から任意に部分集合族 \mathcal{O}_B を取り出したとき, これが位相の基底となるには, 位相空間の定義から,

(1*) 任意の $p \in X$ に対し, $p \in O$ なる \mathcal{O}_B の元 O が存在する.

(2*) 任意の $O_1, O_2 \in \mathcal{O}_B$ とその共通部分の点 p に対し, $p \in O \subset O_1 \cap O_2$ なる \mathcal{O}_B の元 O が存在する.

という条件を満たさなければならない. 任意の部分開集合族が, いつも基底になれるわけではない. そのために, 位相の構成のために, 次の準基底の概念を利用することが多い.

【定義】 準基底

位相空間 X の部分集合 \mathcal{O}_S の元 O_{S_i} を任意に有限個とった共通部分からなる集合の全体 $\{O_{S_1} \cap O_{S_2} \cap \cdots \cap O_{S_n}\}$ が位相の基底となるとき, \mathcal{O}_S を準基底 (subbase) または部分基という.

準基底を利用すれば, 部分集合族 \mathcal{O}_S を開集合とする最も弱い位相を作ること

ができる. 例えば, 集合 X の部分集合として

$$\mathcal{O}_S = \{O_1, O_2, \dots, O_m, \dots\}$$

の可算個の部分集合が与えられたとき, これを準基底と考え, これらから基底

$$\mathcal{O}_B = \{O_{S_1} \cap O_{S_2} \cap \dots \cap O_{S_n}\}$$

を作り, 基底の元の任意個数の和集合の族と準基底と, それに ϕ と X を開集合とした開集合族は, 準基底を出発点とする最も弱い位相を生成する.

A.3 ハウスドルフ空間と正規空間

【定義】 ハウスドルフ空間

X の任意の異なる 2 点 p, q に対して $p \in O_p, q \in O_q$ かつ $O_p \cap O_q = \phi$ を満たすそれぞれの点の開近傍 O_p, O_q が存在するとき, X をハウスドルフ空間, あるいは第 2 分離公理を満たす空間という.

この空間にさらにコンパクトという性質が加わったハウスドルフ空間は正規空間になることが知られている. なお, コンパクトおよび正規空間の定義は以下の通りである:

【定義】 被覆

位相空間 X において, X の部分集合の族 $\mathcal{C} = \{E_\gamma\}_\gamma$ が X の被覆であるとは $X = \bigcup_\gamma E_\gamma$ が成立することをいう. 開部分集合よりなる被覆を開被覆, また属する集合が有限個である被覆を有限被覆という.

【定義】 コンパクト

位相空間 X がコンパクトとは, X が任意の開被覆 $\mathcal{C} = \{E_\gamma\}_\gamma$ が有限部分被覆をもつこと, すなわち $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ が存在して $X = \bigcup_{i=1,2,\dots,n} E_{\gamma_i}$ となることをいう.

【定義】正規空間

正規空間とは、以下の二つの分離公理 (T₁) (T₄) を満たす位相空間のことをいう。

(T₁) $p \in X$ および p と異なる $q \in X$ に対し、 $p \in O_p$ かつ $q \notin O_p$ なる開集合 O_p が存在する。

(T₄) 任意の交わらない閉部分集合 F_1, F_2 に対して $F_1 \subset O_1, F_2 \subset O_2, O_1 \cap O_2 = \phi$ を満たす開集合 O_1, O_2 が存在する。

A.4 距離化定理と正規空間のユークリッド空間への埋め込み

高々可算な開集合族が位相の基底となるとき、その空間は第2可算公理を満たすという。第2可算公理を満たす正規空間では次の定理が成立する。

【距離化定理】

第2可算公理を満たす正規空間は距離づけ可能である。すなわち、この位相を与える距離関数を定義できる。

この定理の証明は、位相空間を無限次元ユークリッド空間に埋め込むという方法によってなされている。その証明では、次の補題、

【ウリゾーンの補題】

X を正規空間、 F_0, F_1 を共通点のない X の閉部分集合とする。このとき X 上で定義される実数値連続関数 $f(x)$ で、次の性質

$$(1) \quad 0 \leq f(x) \leq 1$$

$$(2) \quad x \in F_0 \text{ のとき } f(x) = 0$$

$$(3) \quad x \in F_1 \text{ のとき } f(x) = 1$$

を満たすものが存在する。

が、決定的な役割を演じる。以下、本論の議論で必要になる証明の一部を記しておく。

X の可算基を $\{O_1, O_2, \dots, O_m, \dots\}$ とする. ここで, O の閉包を \bar{O} と書くことにして,

$$\bar{O}_m \subset O_n \quad (1)$$

を満たす対 $Q_k = (O_m, O_n)$ を考えると, これの全体も可算集合となる (k は順序付けるための適当な値):

$$\{Q_1, Q_2, \dots, Q_k, \dots\} \quad (2)$$

(1)式は, $\bar{O}_m \cap O_n^c = \phi$ と同じであり, そしてまた \bar{O}_m と O_n^c はともに閉集合である. それゆえウリゾーンの補題から X 上の実数値連続関数を $f_k(x)$ として

$$0 \leq f_k(x) \leq 1$$

$$x \in \bar{O}_m \Rightarrow f_k(x) = 0$$

$$x \in O_n^c \Rightarrow f_k(x) = 1$$

となるものが存在する. したがって, (2)式に対応させれば,

$$\{f_1, f_2, \dots, f_k, \dots\}$$

なる連続関数の系列が得られる.

ここで X から無限次元ユークリッド空間 \mathbf{R}^∞ への写像 φ を, $x \in X$ に対して,

$$\varphi(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x), \dots)$$

で定義する. この写像は1対1対応でかつ連続になり, また証明は略すが, 逆写像 φ^{-1} も連続になることがわかっている. そこで, 今,

$$Y = \varphi(X)$$

とおけば Y は \mathbf{R}^∞ の部分空間を構成し, そしてそれは X と同相となることがわかる. 従って X は距離づけ可能である.

参考文献

- (1) 津曲隆：“行為と理解との相互作用によって駆動される知識創造過程に関する考察”，アドミニストレーション，Vol.8, No.3/4, pp.25-71 (2002).
- (2) 西田幾多郎『善の研究』，岩波文庫，p.13，1950年。
- (3) 佐伯胖：“「理解」はどう研究されてきたか”，佐伯胖編『認知科学選書4 理解とは何か』所収，東京大学出版会，pp.127-169，1985年。
- (4) Johnson-Laird, P.N.: “Mental Models”, in Posner, M.I.ed. 『Foundations of Cognitive Science』, MIT Press, pp.469-499, 1990 (邦訳：安西祐一郎他編『認知科学ハンドブック』所収，共立出版，pp.84-103，1992)
- (5) Norman, D.A.『誰のためのデザイン——認知科学者のデザイン原論』野島久雄訳，新曜社，1990年。
- (6) Norman, D.A.『人を賢くする道具——ソフト・テクノロジーの心理学』佐伯胖監訳，新曜社，1996年。
- (7) 吉川弘之：“一般設計学序説”，精密機械，Vol.45, No.8, pp.906-912 (1979).
- (8) 吉川弘之：“一般設計過程”，精密機械，Vol.47, No.4, pp.405-410 (1981).
- (9) 富山哲男・吉川弘之：“一般設計学の展開（第1報）——概念空間のコンパクト化”，精密機械，Vol.51, No.4, pp.809-815 (1985).
- (10) 富山哲男・吉川弘之：“一般設計学の展開（第2報）——概念空間の距離付けとCADへの応用”，精密機械，Vol.52, No.8, pp.1406-1411 (1986).
- (11) Takeda, H., Veerkamp, P., Tomiyama, T. and Yoshikawa, T.: “Modeling Design Process”, AI magazine, Vol.11, No.4, pp.37-48 (1990).
- (12) 一般設計学以外にも公理論的設計方法論はいくつか提案されている。例えば，代表的なものとして，“N.P.スー『設計の原理——創造的機械設計論』畑村洋太郎監訳，朝倉書店，1992年”がある。
- (13) F.ソシュール『一般言語学講義』小林英夫訳，岩波書店，1972年。
- (14) 吉川弘之：“設計学研究”，精密機械，Vol.43, No.1, pp.21-26 (1977).
- (15) モノとコト（働き）という対立的なものと捉えられがちであるが，この対立は決して絶対的なものではなく，相互に変換可能な関係にある。このことへの理解，それとモノと働きの意味を理解するには，遠山啓による優れた解説がある（『無限と連続』，岩波新書，2章，1952年）。
- (16) 市川浩『〈身〉の構造——身体論を超えて』，講談社学術文庫，1993年。
- (17) 西田幾多郎は「プラトンのアイデアの本質」というエッセイの中で次のような見解を述べている。“私はこの世界の見方というものは大体において二様に考えることができると思う。一つはこの世界を自然界と見て自然科学的に考えることであり，一つはこの世界を表現界と見て社会的，歴史的に考えることである”（『西田幾多郎随筆集』，岩波文庫，p.108，1996年）。
- (18) 吉川弘之・荒井英司・後藤敏彦：“実験設計学”，精密機械，Vol.47, No.7, pp.830-835 (1981).

- (19) 小林春美：“語彙の修得”，小林・佐々木編『子どもたちの言語獲得』，pp.85-109，大修館書店，1997年。
- (20) 正高信男『子どもはことばをからだで覚える』，中公新書，pp.149-169，2001年。
- (21) 村山功：“人間にとってのカテゴリー”，佐伯胖・佐々木正人編『アクティブ・マインド』所収，東京大学出版会，pp.171-197，1990年。
- (22) 無藤隆『赤ん坊から見た世界』，講談社現代新書，pp.215-216，1994年。
- (23) 田浦俊春・吉川弘之：“距離の導入による知的設計支援方法論の構築（第1報）——設計における機能演算の数学的モデル”，精密工学会誌，Vol.57，No.4，pp.718-724（1991）。
- (24) 田浦俊春・吉川弘之：“距離の導入による知的設計支援方法論の構築（第2報）——概念設計過程の数学的モデルと機能空間の距離に注目した収束政策”，精密工学会誌，Vol.57，No.10，pp.1768-1773（1991）。
- (25) 田浦俊春・吉川弘之：“距離の導入による知的設計支援方法論の構築（第3報）——抽象概念への距離の導入に対する思考の効率の観点からの考察”，精密工学会誌，Vol.58，No.11，pp.1843-1848（1992）。
- (26) 逆にこのことは，デシプリンから除外された実体概念はその分野では何ら言及する必要がないということを意味している。そうすると，あるデシプリンで何かを最適化しようとする試みが，別の分野の現象を最悪の状態に陥らせることになっても，そのことを回避する手立ては，原因を引き起こしているデシプリンの中には存在しないことになる。何かを解決しようとして学問分野を作ろうする営為そのものが，解決の難しい問題を必然的に生み出してしまうというパラドックスがここには存在している（吉川弘之『テクノロジーの行方』，岩波書店，1996年）。
- (27) 渡辺慧『知るということ——認識学序説』，東京大学出版会，pp.67-80，1986年。
- (28) 三宅なほみ：“理解におけるインタラクションとは何か”，佐伯胖編『理解とは何か』所収，pp.69-98，1985年。
- (29) 三宅（前掲書，pp.87-93）は，この契機をなす要因のひとつとして，他者の存在を挙げている。例えば，理解のレベル間の遷移に，他者からの質問が重要な役割を果たしているとの知見が得られている。恐らく，そういった質問は，それまでアトムであり不問に付していた実体概念の内部構造に目を向けるきっかけを与えているのではないかと考えられる。
- (30) 市川浩：“〈身〉の構造とその生成モデル”，文献(16)所収，pp.78-135。市川の身体に依拠した認識の構図は，『精神としての身体』，講談社学術文庫，1992年でも詳細に展開されている。
- (31) 大津由紀雄：“言語の普遍性と領域固有性”，岩波講座言語の科学10『言語の獲得と喪失』所収，岩波書店，pp.1-37，1999年。
- (32) 川人光男・銅谷賢治・春野雅彦：“言語に迫るための条件”，科学，Vol.70，No.5，pp.381-387（2000）。